



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

آمار و مدل سازی

فصل اول :

➤ **اندازه گیری:** اولین قدم برای رسیدن به اطلاعات عددی است. که به یک صفت یک عدد اختصاص می دهد.

➤ **مدل سازی ریاضی:** بیان مسأله به زبان ریاضی. که هرچه قدر از مفاهیم ریاضی ابتدایی تر و ساده تر استفاده کرده و به پدیده مورد نظر نزدیک تر باشد، با ارزش تر است.

نکته: در مدل سازی ریاضی از توان های غیر یک E مثل E^2, E^3, \dots و حاصل ضرب چند فضا مثل E, E_p صرف نظر می شود.

➤ **خطای اندازه گیری:** تفاضل مقدار واقعی و مقدار اندازه گیری شده. که همواره از واحد اندازه گیری کمتر است.

سؤال ۱: ارزش مدل سازی ریاضی به کدام یک از موارد زیر بستگی ندارد؟

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|
| (۱) استفاده از مفاهیم ریاضی ساده | (۲) استفاده از مفاهیم ریاضی ابتدایی |
| (۳) نزدیک بودن نتیجه کار به پدیده | (۴) ساده بودن پدیده مورد نظر |

سؤال ۲: بیان مسأله به زبان ریاضی چیست؟

سؤال ۳: در مورد تفاضل مقدار واقعی و مقدار اندازه گیری شده، کدام گزینه نادرست است؟

- | | |
|----------------------------------|------------------------|
| (۱) کمتر از واحد اندازه گیری است | (۲) ممکن است مثبت باشد |
| (۳) ممکن است منفی باشد | (۴) ممکن است صفر باشد |

سؤال ۴: اگر وزن شخصی $53kg$ اندازه گیری شده باشد. کدام یک از گزینه های زیر می تواند خطای اندازه گیری باشد؟

- | | | | |
|-----------|-----------|-------------|-------------|
| (۱) $1kg$ | (۲) $2kg$ | (۳) $1/5kg$ | (۴) $0/5kg$ |
|-----------|-----------|-------------|-------------|

نکته: این چند حجم و مساحت هندسی را باید حفظ باشیم:

$$مساحت مربع = a^2 \quad مساحت دایره = \pi R^2 \quad مساحت سطح کره = 4\pi R^2$$

$$حجم مکعب = a^3 \quad حجم کره = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad حجم استوانه = \pi R^2 h$$

سؤال ۵: مدل ریاضی حجم مکعبی که طول یک ضلع آن به صورت $2+E$ اندازه گیری شده کدام است؟

سؤال ۶: اگر شعاع دایره ای به صورت $R = 3+E$ اندازه گیری شده باشد، مدل ریاضی مساحت آن کدام است؟

$$S = 9\pi + \pi E \quad (2) \quad S = 9\pi + E \quad (1)$$

$$S = 9\pi E \quad (4) \quad S = 9\pi + \pi E^2 \quad (3)$$

سؤال ۷: در یک استوانه ۲ و ارتفاع ۵ اندازه گیری شده است، حجم استوانه از چه مدلی پیروی می کند؟

سؤال ۸: در مدل سازی ریاضی مساحت دایره ای به قطر تقریبی ۱۰، اگر خطای اندازه گیری قطر کمتر از $\frac{1}{6\pi}$ باشد. خطای

مساحت تقریباً کمتر از چند واحد است؟

سؤال ۹: اگر ضلع مربعی به صورت $5+E$ و $E < 0.1$ آنگاه مساحت مربع به صورت $25+E$ است، E_1 از کدام عدد کمتر

است؟

سؤال ۱۰: اگر ضلع مربعی به صورت $5+E$ باشد، خطای محاسبه مساحت مربع چند برابر خطای محاسبه محیط آن است؟

سؤال ۱۱: اگر اضلاع یک مکعب مستطیل به ترتیب به صورت $E+2$, $3+2E$, $3+3E$, $4+3E$ اندازه گیری شده باشد و خطای محاسبه حجم آن به صورت KE باشد مقدار K کدام است؟

فصل دوم:

➤ **جامعه آماری:** مجموعه ای از افراد یا اشیاء که در باره آنها موضوع یا موضوعاتی را مطالعه می کنیم. که تعداد اعضای جامعه را اندازه جامعه می گویند.

➤ **نمونه:** زیر مجموعه ای از جامعه آماری که بیان کننده ویژگی های اصلی جامعه است.

✓ عمل نمونه گیری مهم ترین بخش آمار است.

✓ نمونه باید کاملاً تصادفی و به اندازه کافی بزرگ باشد.

✓ هر عضو باید امکان حضور داشته باشد. و قبل از انتخاب نتوان در مورد حضور یا عدم حضور عضوی با اطمینان قضاوت کرد.

➤ **سرشماری:** اگر تمام جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم سرشماری کرده ایم.

✓ در سرشماری اندازه نمونه با اندازه جامعه برابر است.

✓ مشکلات سرشماری: (۱) در دسترس نبودن همه اعضا (۲) وقت گیر بودن دسترسی به همه اعضا

(۳) پرهزینه بودن بررسی همه اعضا (۴) از بین رفتن جامعه در برخی مطالعات

➤ **داده:** نتایج حاصل از اندازه گیری یا بررسی نمونه را داده می گوئیم.

✓ روش های جمع آوری داده ها:

(۱) پرسش (شفاهی یا کتبی) (۲) مشاهده و ثبت وقایع

۳) انجام آزمایش

۴) استفاده از داده های قبلی (ثبت شده در مراکز مختلف)

➤ نحوه نمونه گیری تصادفی: افراد را شماره گذاری کرده و با دکه # RAN ماشین حساب یک عدد تصادفی بین صفر

و یک با سه رقم اعشار بدست می آوریم مثل (۰/۲۳۱) حال این عدد را در اندازه جامعه ضرب می کنیم مثل

(۲۷/۷۲ = ۱۲۰ × ۰/۲۳۱) و قسمت اعشاری را حذف کرده و به قسمت صحیح آن یک واحد می افزاییم مثل

(۲۸ = ۲۷ + ۱) بنابراین این نفر ۲۸ ام اولین نفری است که به طور تصادفی انتخاب شده و این کار را ادامه می دهیم تا نفرات

بعدی نمونه نیز انتخاب شود.

تست ۱: در کدام مورد از سرشماری استفاده می شود؟

- ۱) کنترل کیفیت لاستیک های تولید یک کارخانه
- ۲) تعیین میزان تأثیر شامپوی x روی موها
- ۳) تعیین اثر موسیقی بر میزان شیر دهی دام
- ۴) تعیین تعداد تصادفات منجر به مرگ در شهر تهران در سال ۹۰

تست ۲: در کدام مورد از نمونه گیری استفاده می شود؟

- ۱) تعداد تلفات در یک موسسه دامپروری در یک دوره بهره برداری
- ۲) تعیین تعداد سوانح هوایی در جهان در سال ۸۵
- ۳) تعیین میزان مقاومت انسان در برابر فشار
- ۴) میزان استعداد دانش آموزان یک کلاس

تست ۳: کدام مورد مهم ترین بخش آمار است؟

- ۱) انتخاب موضوع
- ۲) نمونه گیری
- ۳) جمع آوری اطلاعات
- ۴) تفسیر اطلاعات

تست ۴: روش جمع آوری داده ها بدون دخالت در تغییر وضعیت آنها چه نام دارد؟ بررسی آماری

تست ۵: کدامیک جزء مشکلات سرشماری نیست؟

(۱) مفید نبودن سرشماری (۲) وقت گیر بودن دسترسی به اعضا

(۳) از بین رفتن جامعه (۴) در دسترس نبودن همه اعضا

تست ۶: نمونه عبارت است از:

(۱) بخشی از جامعه که سهل الوصول است (۲) بخشی از جامعه که عناصر آن مستقل اند

(۳) بخشی از جامعه که آشنا ترند (۴) بخشی از جامعه که بیان کننده ویژگی اصلی جامعه است

تست ۷: « زمستان فصل مورد علاقه بیشتر مردم است » بهترین روش جمع آوری داده برای این فرضیه کدام است؟

تست ۸: به کارگیری کدام یک از موارد در پرسش نامه، مانع برداشت های متفاوت از سوالات می شود؟

(۱) سوالات هدایت کننده (۲) عبارات دارای معیار مشخص

(۳) اطلاعات اضافی (۴) دستور العمل کامل پاسخ گویی

تست ۹: کدام گزاره درست است؟

(۱) آزمایش و اندازه گیری یکی از روش های جمع آوری داده ها است.

(۲) در طراحی پرسش نامه، از پرسش های هدایت کننده باید استفاده کرد.

(۳) هر پرسش نامه ای که اطلاعات بیش تری را فراهم آورد، با ارزش تر است.

(۴) برای جمع آوری داده ها، نباید از داده های از پیش تعیین شده استفاده کرد.

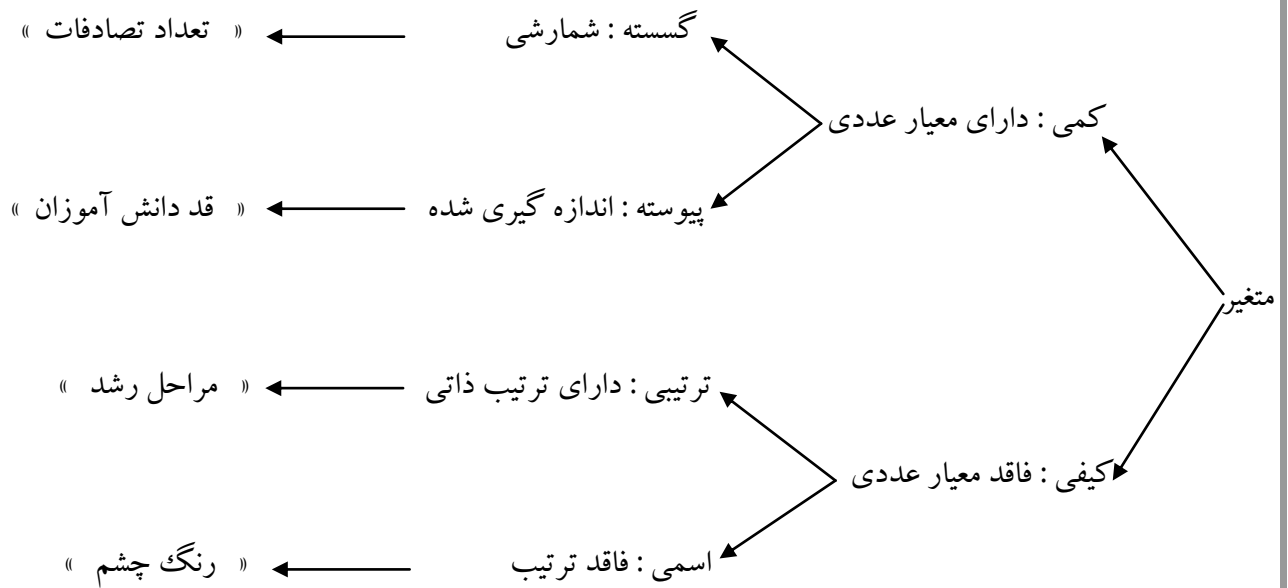
تست ۱۰: از جامعه ۴۰ نفری دو نفر را به تصادف انتخاب می کنیم، عدد تصادفی حاصل از ماشین حساب ۰/۰۳۱ و ۰/۸۸۱ است.

چه شماره هایی متناظر با این اعداد باید انتخاب شوند؟

فصل سوم :

➤ **متغیر تصادفی** : موضوعی که روی جامعه یا نمونه مورد مطالعه قرار می گیرد . را متغیر تصادفی می گویند زیرا از فردی به فرد دیگر تغییر می کند .

➤ **انواع متغیر های تصادفی** :



تست ۱: کدامیک از متغیر های زیر متغیر کیفی است ؟

- (۱) مراحل زندگی (۲) گروه خونی (۳) زمان انتظار (۴) تعداد نامه ها

تست ۲: کدام متغیر کیفی ترتیبی است ؟

- (۱) گروه خونی (۲) جمعیت (۳) وزن (۴) نوزادی

تست ۳: کدام مورد متغیر کمی پیوسته است ؟

- (۱) رنگ لباس (۲) شدت زلزله (۳) مراحل تحصیل (۴) Rh خون

تست ۴: « غذای مورد علاقه » و « طول مستطیل » به ترتیب چه نوع متغیر هایی هستند ؟

س ۵: متغیرها را از نظر قابل اندازه گیری بودن یا نبودن به کدام دو گروه زیر تقسیم می کنند؟

س ۶: کدام نوع متغیر از نوع تعداد می باشد؟

س ۷: میزان تحصیلات مردم یک شهر چگونه متغیری است؟

فصل چهارم:

➤ فراوانی: تعداد دفعاتی که یک عدد تکرار می شود. (f_i)

➤ دامنه تغییرات: اختلاف بزرگترین و کوچکترین داده. (R)

➤ جدول توزیع فراوانی:

✓ وقتی داده ها کم باشند: داده ها و فراوانی آنها را در جدولی تنظیم می کنیم:

x_i	۰	۱	۲	۳	۴	جمع
f_i	۲	۱	۳	۴	۲	۱۲

✓ وقتی داده ها زیاد باشند: داده ها را دسته بندی و در جدولی تنظیم می کنیم.

$$C = \frac{R}{K} \quad \text{مرکز دسته (نشان دسته)} \quad x_i = \frac{a_i + b_i}{2}$$

$$\text{کران بالا } b_i \xrightarrow{+\frac{C}{2}} x_i \xleftarrow{-\frac{C}{2}} \text{کران پایین } a_i$$

نکته مهم: فاصله هر دو مرکز متوالی = فاصله هر دو کران پایین متوالی = فاصله هر دو کران بالای متوالی = طول دسته.

نتیجه: اگر مرکز دسته i ام را داشته باشیم: $x_j = x_i + (j - i) \times C$

اگر کران پایین دسته i ام را داشته باشیم: $a_j = a_i + (j - i) \times C$

اگر کران بالای دسته i ام را داشته باشیم: $b_j = b_i + (j - i) \times C$

تست ۱: تنظیم جدول فراوانی دسته بندی شده برای کدام نوع از داده ها الزامی است؟

(۱) کمی پیوسته (۲) کمی گسسته (۳) کیفی اسمی (۴) کیفی ترتیبی

تست ۲: در یک جدول آماری دسته بندی شده بهترین مقداری که می توان به افراد یک دسته نسبت داد، کدام است؟

(۱) طول دسته (۲) فراوانی مطلق (۳) کران بالای دسته (۴) مرکز دسته

تست ۳: تعدادی داده را در تعدادی طبقه دسته بندی کرده ایم. اگر بخواهیم فاصله طبقات نصف شود. برای تعداد طبقات کدام حالت پیش می آید؟

تست ۴: در یک جدول توزیع فراوانی بیشترین داده ۵۰، تعداد دسته ها ۶ و طول دسته ها ۵ بوده است. کمترین داده کدام است؟

تست ۵: در یک آمار گیری طول دسته ها ۸ و دامنه تغییرات ۴۸ است. اگر کمترین مقدار داده ها ۲۰ و کران بالای دسته آخر ۹۰ باشد، بیشترین مقدار داده ها کدام است؟

تست ۶: داده های آماری پیوسته در ۸ طبقه دسته بندی شده اند، به طوری که آخرین دسته به صورت ۹۲-۸۶ نوشته شده است. کوچک ترین این داده ها کدام است؟

تست ۷: در داده های آماری بدست آمده از یک تجربه کمترین داده ۳۲ و بیشترین داده ۷۲ بوده و طول دسته ها ۵ در نظر گرفته شده « حد پایین دسته دوم » کدام است ؟

تست ۸: در یک آزمون تحصیلی کمترین نمرات ۲۲ و بیشترین نمرات ۹۷ و تمام نمرات اعداد صحیح هستند. اگر آنها را در ۱۵ طبقه دسته بندی کنیم ، حدود طبقه وسط کدام است ؟

تست ۹: داده های آماری اعداد صحیح اند که در ۷ طبقه دسته بندی شده اند. اگر دامنه آنها ۲۱ و نشان دسته وسط ۳۶ باشد ، حد بالای دسته آخر کدام است ؟

تست ۱۰: در جدول توزیع فراوانی داده ها ، نماینده طبقات اول و دوم و آخر به ترتیب ۴۴ و ۴۹ و ۸۴ است . تعداد طبقات کدام است ؟

*تست ۱۱: اگر بدانیم بیشترین داده ۸۵ و دامنه تغییرات ۵۰ باشد ، اگر طول دسته را ۵ و کران پایین دسته اول را ۳ تا کمتر از کوچکترین داده انتخاب کنیم ، کران بالای دسته ششم کدام است ؟

*تست ۱۲: در یک دسته بندی داده ها مرکز دسته اول و آخر به ترتیب ۲۰ و ۸۰ است . اگر تعداد دسته ها ۶ باشد ، طول هر دسته کدام است ؟

*تست ۱۳: در یک دسته بندی داده ها مرکز دسته های سوم و ششم به ترتیب ۷ و ۲۸ هستند ، کران بالای دسته نهم کدام است ؟

*تست ۱۴: ۸۰ داده آماری در ۱۶ طبقه دسته بندی شده است. اگر کوچکترین و بزرگترین داده آماری به ترتیب برابر ۱۳ و ۱۲۵ باشد کران بالای دسته دهم کدام است؟

*تست ۱۵: کوچکترین و بزرگترین داده های آماری به ترتیب ۳۱ و ۵۲ می باشند. این داده ها را در ۷ دسته دسته بندی کرده اند، ۳۷ درصد داده ها کمتر از ۴۰ و ۴۸ درصد داده ها بیشتر یا مساوی ۴۳ می باشد، اگر فراوانی کل ۸۰ باشد، فراوانی دسته وسط کدام است؟

➤ انواع فراوانی

✓ فراوانی مطلق: تعداد داده های موجود در هر دسته. (f_i)

نکته: در یک جدول فراوانی، مجموع فراوانی های مطلق برابر تعداد کل داده ها (n) است.

✓ فراوانی نسبی: خارج قسمت فراوانی مطلق هر دسته بر تعداد کل داده ها. $F_i = \frac{f_i}{n}$

نکته: در یک جدول فراوانی، مجموع فراوانی های نسبی برابر ۱ است.

نکته: اگر درصد فراوانی نسبی فواسته شده باشد، فراوانی نسبی را در ۱۰۰ ضرب می کنیم. و مجموع درصد فراوانی های نسبی برابر ۱۰۰ است.

✓ فراوانی تجمعی: مجموع فراوانی مطلق هر طبقه به علاوه فراوانی های مطلق طبقات قبل از آن. (f_{C_i})

نکته: فراوانی تجمعی طبقه آخر برابر با تعداد کل داده ها (n) است.

✓ فراوانی تجمعی نسبی: خارج قسمت فراوانی تجمعی هر دسته بر تعداد کل داده ها. $F_{C_i} = \frac{f_{C_i}}{n}$

سؤال ۱۶: فراوانی نسبی طبقه ای ۰/۰۵ و تعداد داده ها برابر ۸۰ است. فراوانی مطلق کدام است؟

سؤال ۱۷: در جدول زیر کران بالای طبقه سوم و فراوانی نسبی این طبقه کدام است؟

متغیر	۲۳-۳۱	۳۲-۴۰	۴۱-۴۹	۵۰-۵۸	۵۹-۶۷
فراوانی	۳	۶	۷	۱۱	۸

(۱) ۰/۲ و ۴۹ (۲) ۰/۲ و ۴۹/۵

(۳) ۷ و ۳۹ (۴) ۷ و ۵۰

سؤال ۱۸: در جدول زیر فراوانی نسبی دسته دوم و درصد فراوانی تجمعی دسته چهارم به ترتیب کدام است؟

دسته	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	۱۴-۱۶	۱۶-۱۸	۱۸-۲۰
فراوانی	۲	۸	۵	۲	۳

سؤال ۱۹: جدول زیر ارقام تصادفی حاصل از ۸۰ بار پرتاب یک تاس است. درصد فراوانی نسبی اعداد ظاهر شده که مضرب ۳ هستند کدام است؟

رقم	۱	۲	۳	۴	۵	۶
فراوانی	۱۵	۱۷	۱۴	۱۱	۱۱	۱۲

سؤال ۲۰: در یک نمونه گیری از حرکت اتومبیل ها F تعداد اتومبیل ها و X تعداد سرنشین است. چند درصد اتومبیل ها با سرنشین ۳ یا ۴ نفر هستند؟

X	۱	۲	۳	۴	۵
F	۹۰	۱۸۰	۲۲۰	۲۶۰	۵۰

سؤال ۲۱: فراوانی تجمعی نسبی دسته آخر در یک جدول فراوانی برابر کدام است؟

(۱) تعداد افراد در جدول (۲) جمع فراوانی های تجمعی

(۳) جمع فراوانی های تجمعی نسبی (۴) یک

سٲٲٲ: مقدار $x + y$ از جدول زیر کدام است ؟

دسته	۱۰-۱۳	۱۳-۱۶	۱۶-۱۹	۱۹-۲۲
فراوانی	۳	۶	x	۴
فراوانی تجمعی	۳	۹	y	۲۰

سٲٲٳ: اگر فراوانی تجمعی طبقات دوم و سوم به ترتیب ۱۲ و ۱۷ و فراوانی نسبی طبقه سوم ۰/۱ باشد، تعداد داده ها کدام است؟

سٲٲٴ: در یک دسته بندی داده ها، فراوانی کل برابر ۱۲۰ و فراوانی نسبی دسته های اول و دوم به ترتیب ۰/۴ و ۰/۲ می باشد. فراوانی تجمعی دسته دوم کدام است ؟

سٲٲٵ: ۷۵ داده آماری در ۷ طبقه دسته بندی شده اند. کوچک ترین داده ۲۷ و بزرگ ترین داده ۸/۴۷ می باشد، اگر ۲۸ درصد داده ها کمتر از ۳۶ و ۴۰ درصد داده ها کمتر از ۳۹ باشد، فراوانی مطلق دسته وسط کدام است ؟

*سٲٲٶ: در توزیع زیر فراوانی نسبی $x_i = 2$ برابر ۰/۴ می باشد، مقدار x کدام است ؟

x_i	۱	۲	۳	۴
f_i	۵	x	۹	۴

*سٲٲٷ: فراوانی نسبی یک داده برابر ۰/۲ می باشد، اگر فراوانی این داده ۱۰ واحد افزایش یابد، فراوانی نسبی آن ۳ برابر می شود. تعداد کل داده ها در ابتدا چقدر بوده است ؟

*سٲٲٸ: فراوانی نسبی یک داده برابر ۰/۲ می باشد، اگر فراوانی این داده ۸ برابر شود، فراوانی نسبی جدید این داده کدام است ؟

*تست ۲۹: در جدول زیر اگر درصد فراوانی نسبی دسته وسط ۲۴ باشد، فراوانی مطلق دسته چهارم کدام است؟

دسته	۷/۵-۱۲/۵	۱۲/۵-۱۷/۵	۱۷/۵-۲۲/۵	۲۲/۵-۲۷/۵	۲۷/۵-۳۲/۵
فراوانی تجمعی	۵	۱۴	a	۴۱	۵۰

*تست ۳۰: داده های جدول مقابل، داده های آماری پیوسته است، چند درصد داده ها در فاصله (۲۱/۵-۱۸/۵) قرار دارند؟

مرکز دسته	۱۴	۱۷	۲۰	۲۳	۲۶
فراوانی تجمعی	۵	۱۳	۲۵	۳۴	۴۰

*تست ۳۱: داده های آماری در ۶ طبقه دسته بندی شده اند. ۵/۲۲ درصد داده ها در یک دسته با فاصله (۵۶ و ۵۲) قرار دارند. اگر

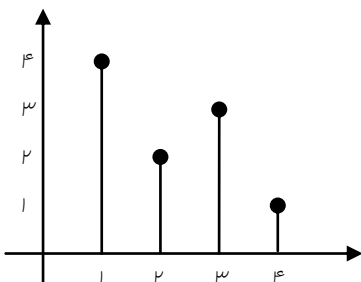
داده هایی که در یک دسته قرار دارند یکسان در نظر گرفته شوند، ۳۶ بار مقدار ۵۴ منظور می شود. فراوانی کل کدام است؟

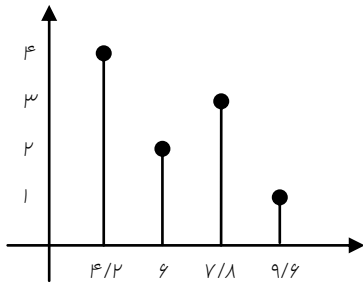
فصل پنجم:

➤ نمودار میله ای: این نمودار بیش تر برای متغیرهای «کیفی» و «کمی گسسته» مناسب است.

نکته: اگر نمودار میله ای را برای دسته ها به کار ببریم مرکز دسته را روی محور افقی می نویسیم و فاصله دو میله متوالی طول دسته ها خواهد بود.

*تست ۱: در نمودار میله ای زیر فراوانی نسبی $x_i = 3$ کدام است؟





سؤال ۲: با توجه به نمودار میله ای روبرو حدود دسته سوم کدام است؟

سؤال ۳: از روی نمودار میله ای به کدام اطلاعات نمی توان دست یافت؟

- (۱) تعداد دسته (۲) حدود دسته (۳) تعداد داده (۴) دامنه تغییرات

➤ **نمودار مستطیلی (هیستوگرام):** برای داده های دسته بندی شده یا تعداد بالا استفاده می شود. بنابراین برای متغیرهای کمی پیوسته مناسب است.

نکته: مساحت هر مستطیل در این نمودار برابر $f_i \times C$ و مساحت کل متطیل ها برابر $n \times C$ است.

نکته: در نمودار مستطیلی اگر طول دسته ها برابر باشند، ارتفاع دسته ها (فراوانی) مقایسه می شوند. و اگر طول دسته ها برابر نباشند، مساحت دسته ها مقایسه می شوند.

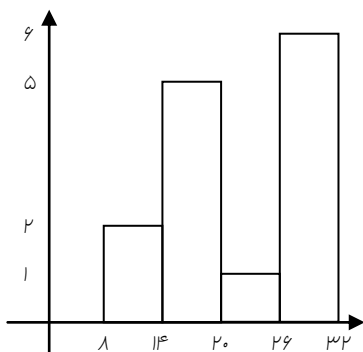
مساحت مستطیل آن دسته

مساحت کل مستطیل ها

نکته: فراوانی نسبی هر دسته در این نوع نمودار برابر است با:

سؤال ۴: در نمودار مستطیلی با طول دسته های مساوی کدام مشخصه ها با هم مقایسه می شوند؟ (آزاد انسانی ۸۷)

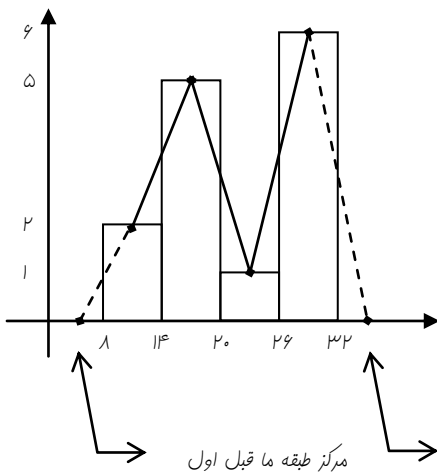
سؤال ۵: با توجه به نمودار روبرو، فراوانی نسبی دسته ای با مرکز دسته ۱۷ برابر است با:



نکته ۶: اگر مجموع مساحت مستطیل ها در نمودار مستطیلی برابر ۳۲۰ و فراوانی دسته چهارم برابر $\frac{1}{4}$ و فراوانی همین دسته ۸ باشد، طول هر دسته برابر است با:

➤ **نمودار چند بر فراوانی:** این نمودار بیشتر برای مقایسه دو یا چند توزیع به کار می رود و در ضمن برای متغیرهای کمی پیوسته از نمودار مستطیلی مناسب تر است.

نکته: اگر وسط های فوقانی نمودار مستطیلی را به هم وصل کنیم نمودار چند بر فراوانی بدست می آید.



نکته: مساحت زیر نمودار چند بر فراوانی و نمودار مستطیلی برابر است.

نکته: اگر نمودار چند بر را با فراوانی نسبی رسم کنیم، نمودار چند بر فراوانی

نسبی بدست می آید.

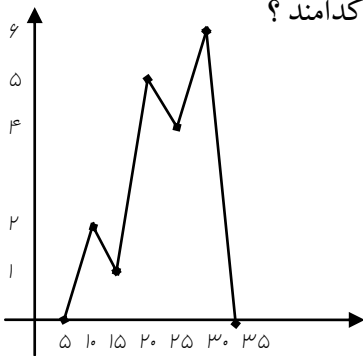
نکته: در نمودار چند بر فراوانی هر چه اندازه جامعه بزرگ تر شود، تعداد دسته ها افزایش و طول دسته ها کاهش می یابد آنگاه که

نمودار به صورت منحنی هموار (منحنی نرمال) بدل خواهد شد که این منحنی متقارن و دارای

ماکسیمم است و از دو طرف ماکسیمم به سمت صفر میل می کند. و در صورتی که با فراوانی نسبی رسم شود مساحت زیر این منحنی برابر ۱ است.

نکته ۷: هرگاه دسته اول یک جدول فراوانی به صورت (۹ و ۲۵) و فراوانی آن ۵ باشد، طول های نقاط اول و دوم نمودار چند بر فراوانی تشکیل شده از چه اعدادی هستند؟

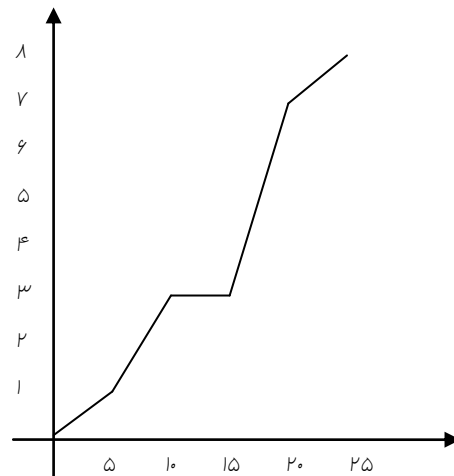
سئو: ۸: در نمودار چند بر فراوانی زیر فراوانی نسبی دسته دوم و مساحت زیر نمودار به ترتیب کدامند؟



سئو: ۹: در توزیع فراوانی داده های پیوسته ، کدام نمودار مناسب تر است؟

➤ نمودار تجمعی:

حدود دسته	فراوانی مطلق	فراوانی تجمعی
۰-۵	۱	۱
۵-۱۰	۲	۳
۱۰-۱۵	۰	۳
۱۵-۲۰	۴	۷
۲۰-۲۵	۱	۸
	۸	



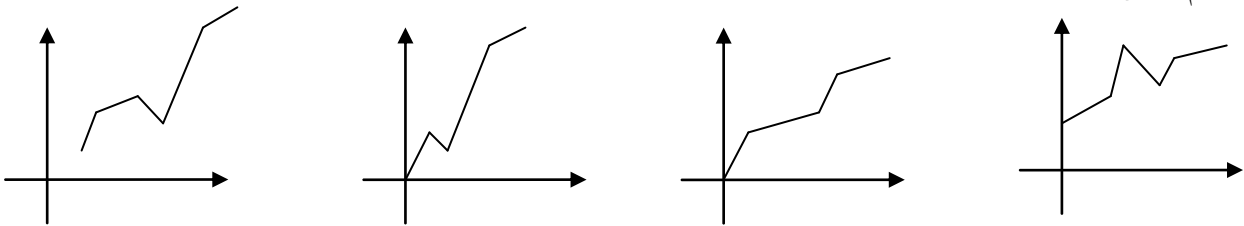
نکته: نمودار فراوانی تجمعی همواره صعودی است و از مرکز مقدمات شروع می شود .

نکته: بیشترین فراوانی مربوط به دسته ای است که بیشترین شیب را دارد .

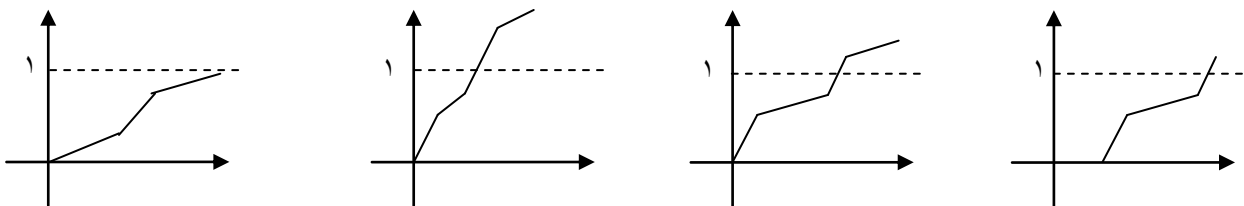
نکته: اگر در دسته ای نمودار افقی باشد ، فراوانی آن دسته صفر است .

نکته: اگر نمودار تجمعی نسبی رسم شود ، سقف نمودار از ۱ بیشتر نمی شود .

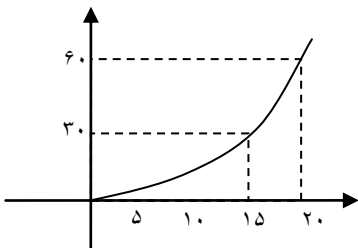
تست ۱۰: کدام شکل نمودار فراوانی تجمعی است؟



تست ۱۲: کدام یک از نمودارهای زیر، نمودار فراوانی تجمعی نسبی است؟

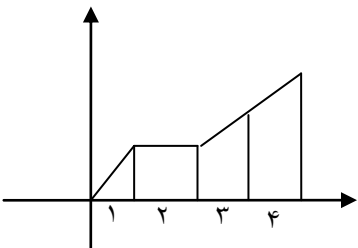


تست ۱۳: شکل مقابل نمودار فراوانی تجمعی نمره ۶۰ دانش آموز در درس آمار است.



در این کلاس چند نفر نمره کمتر از ۱۵ دارند؟

تست ۱۴: نمودار تجمعی یک جدول فراوانی با چهار طبقه، به صورت زیر است.



کدام طبقه کمترین فراوانی را دارد؟

تست ۱۵: در جدول فراوانی داده‌های پیوسته دسته بندی شده، دو نقطه (۲۱ و ۴۲) و (۲۴ و ۵۲) متوالیاً از نمودار فراوانی تجمعی است.

کدام نقطه در رسم چند بر فراوانی به کار می‌رود؟

(۱) (۲۱ و ۵۱) (۲) (۹ و ۲۲/۵)

(۳) (۲۲/۵ و ۴۲) (۴) (۹ و ۲۴)

➤ نمودار دایره ای: اگر متغیر کیفی مورد مطالعه دارای چند حالت باشد مثلاً مقطع تحصیلی که دارای چهار حالت ابتدایی

، راهنمایی، دبیرستان و دانشگاه است. برای اینکه اطلاعات موجود در داده ها را به سرعت در معرض دید قرار دهیم از

نمودار دایره ای استفاده می کنیم که بر مبنای فراوانی نسبی رسم می شود.

$$\text{درصد هر قطاع} \quad \frac{f_i}{n} \times 100 \qquad \text{زاویه مرکزی هر قطاع} \quad \frac{f_i}{n} \times 360$$

سؤال ۱۶: چه نموداری برای نشان دادن توزیع درصد انواع هزینه های یک شرکت، مناسب تر است؟

سؤال ۱۷: اگر زاویه طبقه ای در نمودار دایره ای ۳۰ درجه و تعداد کل داده ها ۳۶ باشد، فراوانی مطلق این طبقه کدام است؟

سؤال ۱۸: در انتخابات شهری ۵۴۰۰۰۰ نفر شرکت کرده اند. اگر آنان را به ۵ گروه سنی تقسیم کنیم و با نمودار دایره ای نمایش

دهیم. درصد شرکت کنندگان در یک گروه سنی با زاویه قطاع ۶۳ درجه نشان داده می شود. این تعداد کدام است؟

سؤال ۱۹: توزیع گروه خونی تعدادی از افراد به صورت

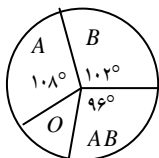
A	B	AB	O
۲۴	۱۴	۱۰	۱۲

است. درصد مساحت مربوط به گروه خونی O در

نمودار دایره ای کدام است؟

سؤال ۲۰: نمودار دایره ای گروه خونی افراد مراجعه کننده به یک ایستگاه انتقال خون مطابق شکل مقابل است. چند درصد این

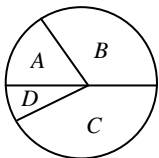
افراد گروه خونی O دارند؟



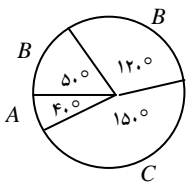
سؤال ۲۱: در یک آمار گیری داده ها در سه دسته طبقه بندی شده اند به طوری که فراوانی نسبی دسته اول و سوم به ترتیب $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{6}$ است. در نمودار دایره ای زاویه متناظر با دسته دوم کدام است؟

سؤال ۲۲: در نمودار دایره ای وزن ۷۲۰ دانش آموز نمایش داده شده است. در صورتی که کمان متناظر با وزن های ۶۰-۷۰ کیلوگرم برابر ۳۰ درجه باشد فراوانی متناظر با وزن ۶۵ کیلوگرم در نمودار میله ای کدام است؟

سؤال ۲۳: در نمودار روبرو تعداد افرادی که در دسته های A, B, C قرار دارند به ترتیب ۴ و ۵ و ۸ برابر تعداد افرادی است که در دسته D قرار دارند. زاویه D کدام است؟



سؤال ۲۴: در شکل مقابل اگر فراوانی دسته A از فراوانی دسته B ، ۵ واحد کمتر باشد، فراوانی کل داده ها کدام است؟



سؤال ۲۵: داده های آماری در ۹ طبقه دسته بندی شده اند. فراوانی نسبی در دسته چهارم و پنجم به ترتیب $\frac{1}{28}$ و $\frac{1}{40}$ است. در نمودار دایره ای زاویه مربوط به دسته پنجم چند درجه است؟

➤ **نمودار ساقه و برگ:** این نمودار برای داده هایی که تفاوت کوچک ترین و بزرگ ترین داده از نظر تعداد ارقام کم باشد مناسب است. از این نمودار می توان داده های اصلی را بازیابی کرد.

نکته: اگر صفحه کاغذ ۹۰ درجه غلاف ساعت گرد بپرفشانیم نمودار ساقه برگ به نمودار میله ای تبدیل می شود.

مثال: نمودار ساقه و برگ داده های زیر را رسم کنید.

ساقه	برگ				
۱	۲	۲	۳	۴	۷
۲	۰	۲	۳	۳	۳
۳	۱	۱	۱	۴	۷

۱۲، ۱۳، ۱۲، ۱۴، ۱۷، ۲۳، ۲۰، ۲۲، ۲۳، ۲۳، ۳۱، ۳۱، ۳۱، ۳۴، ۳۷

کلید: $۱۲ = ۱۲$

سؤال ۲۶: در نمودار ساقه و برگ روبرو $x + y$ کدام عدد نمی تواند باشد؟

ساقه	برگ				
۰	۳	۴	۷	۷	
۱	۲	۲	۳	۵	x
۲	۰	۰	۱	۷	y
۳	۱	۸			

سؤال ۲۷: در نمودار ساقه و برگ ۵۰ داده بین ۱۰ و ۲۰ که برخی داده ها شامل یک رقم اعشار بوده و برگ های مربوط به اتصال

۱۴ روی این ساقه به صورت ۰ ۳ ۵ ۵ ۵ ۶ ۷ ۷ ۹ نمایش داده شده . چند درصد داده ها درست ۱۴/۵ بوده اند؟

فصل ششم:

➤ شاخص مرکزی: شاخص هایی که محل تمرکز داده ها را نشان می دهند. مثل میانگین، میانه و مد.

➤ میانگین (معدل): پر کاربردترین شاخص مرکزی است.

✓ اگر داده ها دسته بندی نشده باشند:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

✓ اگر داده ها دسته بندی شده باشند:

$$\bar{X} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

نکته: میانگین در هر جامعه آماری منحصر به فرد است و بین کوچک ترین و بزرگ ترین داده قرار دارد.

نکته: اگر تمام داده های آماری برابر باشند، میانگین برابر با یکی از داده ها است.

س۱: فاصله منزل چند دانش آموز تا مدرسه به صورت مقابل است: ۱ کیلومتر، ۷۰۰ متر، ۸۰۰ متر و ۵۰۰ متر. میانگین فاصله ها کدام است؟

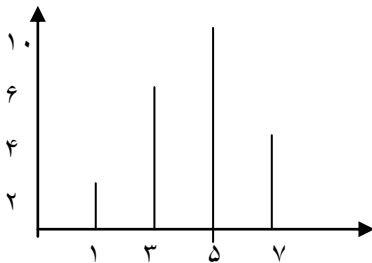
س۲: در صورتی که میانگین $x, 4, 6, 5, 1, 1$ برابر ۳ باشد، مقدار x کدام است؟

س۳: میانگین اعداد $(4+7x), (6-x), (2x-5)$ برابر ۷ است. مقدار x کدام است؟

س۴: میانگین در جدول زیر کدام است؟

حدود	۱-۲۰	۲۱-۴۰	۴۱-۶۰	۶۱-۸۰	۸۱-۱۰۰
فراوانی	۲	۵	۶	۴	۳

س۵: در نمودار روبرو میانگین به طور تقریبی کدام است؟



س۶: تعداد ۴۰ مشاهده آماری در جدول زیر طبقه بندی شده است. میانگین آنها کدام است؟

داده	۳	۴	۵	۶
فراوانی نسبی	۰/۲	۰/۱	۰/۴	۰/۳

تست ۷: نمره کل آزمون عمومی یک داوطلب مطابق زیر ۵۸ درصد است. نمره آزمون زبان انگلیسی او چند درصد است؟

درس	ادبیات	عربی	دینی	زبان
درصد	۶۵	۵۲	۷۲	؟
ضریب	۲	۳	۴	۲

تست ۸: اگر میانگین داده های $a, a, a, a, a+1$ برابر $\frac{3a}{4}$ باشد، میانگین داده های $a, a+1, a+2, a+3, a+4$ کدام است؟

نکته: اگر میانگین n داده آماری \bar{x} باشد، مجموع داده ها برابر با $n\bar{x}$ است. بنابراین اگر \bar{x}_1 میانگین n_1 عدد و \bar{x}_2 میانگین n_2

$$\bar{x} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + \dots}{n_1 + n_2 + \dots} \quad \text{عدد و ... باشد. میانگین کل این داده ها برابر است با:}$$

تست ۹: میانگین ۴ درس یک دانش آموز هر کدام با ضریب ۱ برابر ۱۵/۵ است. نمره درس پنجم او با ضریب ۲ چه عددی منظور

گردد تا میانگین ۵ درس او ۱۶/۵ گردد؟

تست ۱۰: اگر میانگین x_1, x_2, \dots, x_{10} برابر ۱۳/۵ باشد، میانگین داده های $x_1, x_2, \dots, x_{10}, 15, 18$ کدام است؟

تست ۱۱: دانش آموزی در ۱۰ درس دارای معدل ۱۴ است. اگر یکی از این نمرات ۱۴ باشد، معدل بقیه دروس او چند است؟

تست ۱۲: میانگین وزن ۱۰ نفر ۶۵ کیلو گرم است. دو نفر جمعاً به وزن ۱۴۲ کیلو گرم به آنها اضافه می شود. میانگین جدید چقدر

است؟

سٲٲٳ: میانگین ۵ داده آماری $\frac{37}{3}$ و میانگین ۶ داده آماری دیگر برابر ۴۵ می باشد. میانگین این ۱۱ داده آماری کدام است؟

سٲٲٳٳ: در دو نمونه ۲۰ و ۳۰ تایی، میانگین به ترتیب ۲ و ۶ است. میانگین کل کدام است؟

سٲٲٳٳٳ: از داده های ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۴ کدام عدد حذف شود تا میانگین جدید کمترین تغییر را نسبت به میانگین قبلی داشته باشد؟

حل: $\bar{x} = 12/57$ بنا بر این باید عددی حذف شود که به میانگین نزدیک تر است (۱۳)

سٲٲٳٳٳٳ: به داده های ۳, ۶, ۷, ۸ کدام عدد را اضافه کنیم تا میانگین داده های حاصل یک واحد اضافه گردد؟

نکته: اگر داده ها در عدد a ضرب و با عدد b جمع شوند، میانگین نیز در a ضرب و با عدد b جمع می شود.

نکته: مجموع اختلاف داده ها از میانگین برابر صفر است. $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$

نکته: اگر داده های آماری به صورت یک دنباله حسابی باشند، میانگین و میانه برابر است با میانگین جمله اول و آخر

سٲٲٳٳٳٳٳ: اگر میانگین داده های x_1, x_2, \dots, x_n برابر ۱۰ باشد، میانگین داده های $2x_1 - 3, 2x_2 - 3, \dots, 2x_n - 3$ کدام است؟

سٲٲٳٳٳٳٳٳ: می خواهیم بارم نمرات کلاس را از ۲۰ به ۱۰۰ تغییر دهیم. میانگین کلاس ۱۵ باشد، در بارم جدید میانگین کلاس کدام است؟

حل: $5 \times 20 = 100 \Rightarrow 5 \times 15 = 75$

تست ۱۹: از هر یک از داده ها ۵ واحد کسر شده و اعداد حاصل در ۳ ضرب شده است. میانگین اعداد جدید ۴۵ است، میانگین اعداد اصلی چقدر بوده است؟

تست ۲۰: اگر میانگین داده های x_1, x_2, \dots, x_n برابر ۸۰ باشد، $\sum_{i=1}^n (x_i - 80)$ کدام است؟

تست ۲۱: در صورتی که مجموع انحراف داده ها از عدد ۵ مساوی صفر باشد، میانگین این داده ها کدام است؟

تست ۲۲: اگر دامنه تغییرات داده های آماری x_1, x_2, \dots, x_n برابر صفر باشد، میانگین داده های $2x_1 + 1, 2x_2 + 1, \dots, 2x_n + 1$ کدام است؟

$$\frac{x_1 + x_n}{2} \quad (1) \quad x_n \quad (2) \quad 2x_1 + 1 \quad (3) \quad 2(x_1 + x_2 + \dots + x_n) + 1 \quad (4)$$

تست ۲۳: اگر میانگین داده های x_1, x_2, x_3, x_4 برابر \bar{x} باشد میانگین داده های $2x_1 + x_2, 2x_2 + x_3, 2x_3 + x_4, 2x_4 + x_1$ کدام است؟

تست ۲۴: اگر میانگین داده های x_1, x_2, \dots, x_n برابر \bar{x} باشد میانگین داده های $3x_1 + 1, 3x_2 + 3, \dots, 3x_n + 2n - 1$ کدام است؟

تست ۲۵: اگر میانگین داده های x_1, x_2, \dots, x_n برابر \bar{x} باشد میانگین داده های $3x_1 + 1, 3x_2 + 2, \dots, 3x_n + n$ کدام است؟

تست ۲۶: اگر میانگین داده های x_1, x_2, \dots, x_n برابر $2a$ باشد میانگین داده های $2x_1 - 2a, 2x_2 - 2a, \dots, 2x_n - 2a$ کدام است؟

تست ۲۷: میانگین اعداد ۱۵, ۲۰, ۲۵, ..., ۱۸۵ کدام است؟

➤ **میانه:** عدد وسط را در داده های مرتب شده میانه می گویند اگر تعداد داده ها زوج باشد میانگین دو عدد وسط را میانه

می گویند. و مهمترین عیب آن این است که از تمام داده ها استفاده نمی کند. (x)

نکته: معمولاً زمانی از میانه به عنوان شاخص مرکزی استفاده می شود که تعداد کمی از داده ها نسبت به بقیه خیلی بزرگ یا خیلی کوچک باشند. مثلاً برای بدست آوردن هر متوسط در آمد در جامعه میانه شاخص مناسب تری است.

نکته: میانه نیز مانند میانگین منحصر به فرد است و ممکن است جزء داده ها نباشد.

نکته: در جدول فراوانی اگر تعداد داده ها n باشد، ردیف میانه دار از رابطه $\frac{n+1}{2}$ بدست می آید.

نکته: اگر داده ها در a ضرب و با b جمع شوند. میانه نیز در a ضرب و با b جمع می شود.

نکته: اگر داده های آماری به صورت یک دنباله حسابی باشند، میانگین و میانه برابر است با میانگین جمله اول و آخر

➤ **چارک:** میانه (چارک دوم) داده ها را به دو قسمت تقسیم می کند که به میانه قسمت اول چارک اول و به میانه قسمت

دوم چارک سوم می گویند.

سوال ۲۸: میانه، چارک اول و چارک سوم نمرات زیر به ترتیب کدامند؟

۴, ۷, ۷, ۳, ۱۲, ۱۱, ۱۷, ۱۵, ۱۴, ۱۷, ۱۹, ۱۴, ۱۰, ۹, ۵

سوال ۲۹: در توزیع زیر میانه کدام است؟

x_i	۳	۴	۶	۷
f_i	۲	۳	۴	۶

حل: $\frac{۱۵+۱}{۲} = ۸$ هشتمین عدد میانه است که عدد ۶ است.

سوال ۳۰: اگر میانه را از همه داده ها کم کنیم، میانه اعداد حاصل برابر است با:

سٔ ٣١: کدام شاخص مرکزی برای تعیین حد متوسط داده های مقابل مناسب است ؟
 ٩, ١١, ١٣, ١٥, ١٩, ٢٠, ٢٢٤

سٔ ٣٢: مجموع هفت عدد متوالی برابر ١٤٧ است . اگر میانگین این اعداد از میانه آنها کم شود ، حاصل کدام است ؟

حل : اعداد متوالی دنباله حسابی هستند لذا میانه و میانگین برابرند و اختلاف آنها صفر است .

سٔ ٣٣: میانه اعداد فرد دو رقمی کدام است ؟

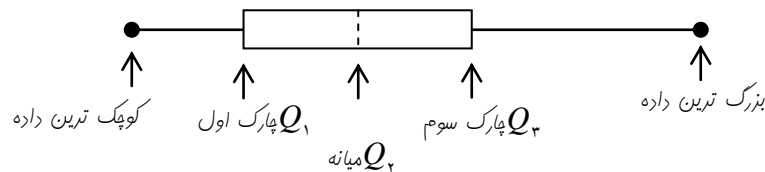
حل : این اعداد تشکیل دنباله حسابی با جمله اول ١١ و جمله آخر ٩٩ می دهند لذا میانه برابر است با : $\frac{11+99}{2} = 55$

سٔ ٣٤: در نمودار داده های آماری با نمودار ساقه و برگ ، داده های کمتر از چارک اول و بیشتر از چارک سوم را حذف می

کنیم . میانگین داده های باقیمانده کدام است ؟

ساقه	برگ
٣	١ ٤ ٥ ٧ ٨ ٨ ٩
٤	٠ ٠ ٤ ٥ ٥ ٦
٥	٢ ٣ ٦ ٦ ٧

➤ نمودار جعبه ای : از این نمودار برای نمایش پراکندگی داده ها استفاده می شود .



سٔ ٣٥: در نمودار جعبه ای داده های ٨, ٢١, ٧, ١٩, ٥, ١٠, ١٢, ٩, ١١, ١٧, ١٤, ١٦, ٢٣, ٢٠, ١٨ دامنه تغییرات داده های داخل جعبه کدام

است ؟

• با توجه به نمودار جعبه ای مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید .

سٔ ٣٦: دامنه تغییرات ، میانه و چارک اول به ترتیب کدامند ؟

سٔ ٣٧: حداکثر پراکندگی در سمت چپ جعبه چقدر است ؟

➤ **مد یا نما:** داده ای است که بیشترین فراوانی (تکرار) را دارد.

نکته: برعکس میانگین و میانه، مد منحصر به فرد نیست. و اگر جامعه چند مدی باشد، مد شافص معتبری نخواهد بود.

نکته: اگر تعداد تکرار تمام داده ها یکسان باشد آن جامعه فاقد مد خواهد بود.

نکته: اگر داده ها در a ضرب و با b جمع شوند، مد نیز در a ضرب و با b جمع می شود.

تست ۳۸: در جدول داده های مقابل تفاوت مد از میانگین کدام است؟

x_i	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
f_i	۲	۳	۲	۲	۱

تست ۳۹: فراوانی مد منحصر به فرد ۸ داده برابر ۲ و اندازه های مد و میانه داده ها با هم برابر بوده، چندمین عضو داده های مرتب

شده، مد آنهاست؟

۵۳ (۴)

۶۵ (۳)

۵۴ (۲)

۴۳ (۱)

تست ۴۰: اگر میانه از مد کوچکتر باشد، مفهوم آن این است که:

(۱) تعداد بیشتری از داده ها از مد کوچک تر هستند. ✓

(۲) تعداد بیشتری از داده ها از مد بزرگ تر هستند.

(۳) مد و میانه با هم برابرند.

(۴) اطلاعات برای اظهار نظر کافی نیست.

فصل هفتم:

➤ **شاخص پراکندگی:** شاخص هایی که میزان دوری داده ها از هم را نشان می دهند. مثل دامنه تغییرات، واریانس و

انحراف معیار

نکته کلی: اگر یکی از شافص های پراکندگی صفر باشد، تمام داده ها با هم برابرند و بر عکس.

نکته کلی: اگر همه داده ها را با یک عدد جمع یا تفریق کنیم، شافص های پراکندگی تغییر نمی کنند.

➤ **دامنه تغییرات:** یک معیار سریع ولی نامناسب است زیرا از همه داده ها استفاده نمی کند. $R = x_{Max} - x_{min}$

➤ **دامنه میان چارکی:** اختلاف بین چارک اول و سوم است. $Q_3 - Q_1 =$ دامنه تغییر چارک ها

نکته: اگر همه داده ها در عددی ضرب شوند، دامنه تغییرات در قدر مطلق آن عدد ضرب می شود.

تست ۱: اگر همه داده های آماری در ۵- ضرب و با ۲ جمع شوند، دامنه تغییرات چه تغییری می کند؟

تست ۲: اگر دامنه تغییرات داده های $x_1, x_2, x_3, x_4, 10$ برابر صفر باشد، میانگین اعداد $x_1, 2x_2, 3x_3, 4x_4$ کدام است؟

تست ۳: اگر دامنه تغییرات x_1, x_2, \dots, x_n برابر ۲۰ باشد، دامنه تغییرات $\frac{x_1}{5} - 2, \frac{x_2}{5} - 2, \dots, \frac{x_n}{5} - 2$ کدام است؟

تست ۴: دامنه تغییر چارک ها در داده های ۳, ۷, ۱۰, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۸, ۲۰, ۲۵ کدام است؟

➤ **واریانس (پراش):** شاخص دیگری برای پراکندگی که بسیار پرکاربرد است. و تنها نقص آن هم واحد نبودن با داده

هاست.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \xrightarrow{\text{داده های دسته بندی شده}} \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

نکته: اگر همه داده ها در عددی ضرب شوند، دامنه تغییرات در مجذور آن عدد ضرب می شود.

نکته: واریانس n داده آماری که یک دنباله حسابی هستند برابر است با: $\sigma^2 = \frac{(n^2 - 1)}{12} \times d^2$

تست ۵: واریانس داده های ۱۷, ۱۹, ۲۱, ۲۳, ۲۵ کدام است؟

روش اول:

روش دوم: (دنباله حسابی)

سؤال ۶: واریانس داده های زیر کدام است؟

x_i	۱	۳	۵	۷	۹
f_i	۳	۶	۴	۲	۱

سؤال ۷: در جدول زیر مقدار واریانس کدام است؟

دسته	۰-۲	۲-۴	۴-۶	۶-۸
فراوانی تجمعی	۱	۳	۱۲	۱۶

سؤال ۸: اگر واریانس داده ها در سال گذشته ۱۰۰۰ ریال بوده و امسال ۱۰ درصد به قیمت ها افزوده شود. واریانس قیمت ها کدام است؟

سؤال ۹: اگر بین x, y رابطه $y = 2x - 15$ برقرار باشد و واریانس x برابر ۸ باشد، واریانس y کدام است؟

سؤال ۱۰: انحراف از میانگین داده هایی به صورت ۱، ۴، ۰، ۲، -۳ است. واریانس آنها چقدر است؟

سؤال ۱۱: اگر واریانس داده های x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 برابر صفر باشد، واریانس داده های $4 + x_1, 3 + x_2, 2 + x_3, 1 + x_4, x_5$ چقدر است؟

سؤال ۱۲: اگر میانگین واریانس داده های $a, a+2, a+4, a+6$ برابر باشند، واریانس داده های $a, 2a, 3a, 4a, 5a$ کدام است؟

روش تستی: به جای a یک عدد دلخواه تریبماً صفر قرار می دهیم (

تست ۱۳: واریانس داده های $a-3, a+1, a+5$ چند برابر واریانس داده های $a-2, a-1, a, a+1, a+2$ است؟ (روش تستی: به جای a یک عدد دلخواه تقریباً صفر قرار می دهیم)

تست ۱۴: در کدام گزینه واریانس داده ها عدد بزرگ تری است؟

(۱) $95-96-104-105$ (۲) $999-999-1001-1001$

(۳) $94-100-100-106$ (۴) $95-95-105-105$

حل: گزینه ۴. زیرا فاصله اعداد از میانگین بیشتر است.

*تست ۱۵: ۸ داده آماری با میانگین ۱۵ و واریانس ۴ مفروض است، اگر دو عدد ۱۲ و ۱۸ به آنها اضافه شود، واریانس ۱۰ داده حاصل کدام است؟

نکته: اگر مجذور داده ها در دست باشد می توان واریانس را از فرمول زیر مناسبه کرد:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \xrightarrow{\text{داده های دسته بندی شده}} \sigma^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

تست ۱۶: مجموع مجذورات ۱۱ داده آماری ۲۲۰۰ و میانگین این داده ها ۱۴ است. واریانس کدام است؟

تست ۱۷: در ۱۲ داده آماری با میانگین ۲ و واریانس ۱، مجموع مجذورات داده ها کدام است؟

تست ۱۸: اگر در داده های x_1, x_2, x_3, x_4 میانگین ۵ و $x_1^2, x_2^2, x_3^2, x_4^2 = 108$ واریانس چقدر است؟

➤ **انحراف معیار:** جذر واریانس را می گویند. از مزیت های این شاخص، هم واحد بودن با داده ها است.

نکته: اگر همه داده ها در عددی ضرب شوند، دامنه تغییرات در قدر مطلق آن عدد ضرب می شود.

تست ۱۹: انحراف معیار ۸ داده آماری $1/5$ شده، در این بررسی مقدار $\sum (x_i - \bar{x})^2$ چقدر بوده است؟

تست ۲۰: قدر مطلق انحراف از میانگین داده هایی ۱، ۲، ۲، ۳، ۳، ۴، ۵ است. انحراف معیار آن ها چقدر است؟

تست ۲۱: در ۱۰ داده آماری $\sum x_i = 15$ ، $\sum x_i^2 = 62/5$ است. مقدار انحراف معیار کدام است؟

تست ۲۲: اگر انحراف معیار اعدادی صفر باشد، کدام گزاره زیر درسا است؟

(۱) بیش تر اعداد صفرند. (۲) تمام اعداد برابرند.

(۳) میانگین اعداد برابر صفر است. (۴) میانگین اعداد برابر با هیچ یک از اعداد نیست.

تست ۲۳: کدام یک از رابطه های زیر برای انحراف معیار صحیح است؟

$$\sigma_{ax+b} = |a|\sigma_x + b \quad (۴) \quad \sigma_{ax+b} = |a|\sigma_x \quad (۳) \quad \sigma_{ax+b} = -a\sigma_x \quad (۲) \quad \sigma_{ax+b} = a\sigma_x \quad (۱)$$

سٲ٢٤: داده های آماری با میانگین ٨ و واریانس ٢/٢٥ موجود است. تمام داده ها را دو برابر می کنیم. انحراف معیار داده های جدید کدام است؟

سٲ٢٥: در ١٠٠ داده آماری با میانگین ١٨ و انحراف معیار ٢، تمام داده ها را در عدد ١/٥ ضرب می کنیم. واریانس داده های جدید کدام است؟

سٲ٢٦: اگر داده های آماری ١١، ١٥، ١٧، ١٦، ١٤، ٩، ١١، ١٢، ١٥، ١٨، ١٤ را با نمودار جعبه ای نمایش دهیم. انحراف معیار داده های داخل جعبه کدام است؟

➤ **ضریب تغییرات:** این شاخص پراکندگی بدون واحد است و برای مقایسه پراکندگی دو دسته داده مثبت غیر هم واحد

$$CV = \frac{\sigma}{x} \quad \text{مناسب است.}$$

نکته: اگر همه داده ها را در یک عدد ضرب کنیم، ضریب تغییرات تغییر نمی کند.

نکته: اگر به همه داده ها عدد مثبتی را اضافه کنیم، ضریب تغییرات جدید کوچک تر می شود.

سٲ٢٧: میانگین و انحراف معیار تعدادی داده به ترتیب ٢٨ و ٢ بوده است. در صورتی که به هر یک از داده ها ٢ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات داده های افزایش یافته نسبت به قبل از افزایش آنها چه تغییری می کند؟

(١) ٥ درصد کاهش

(٢) ١٥ درصد کاهش

(٣) ٥ درصد افزایش

(٤) ١٥ درصد افزایش

تست ۲۸: در یک جامعه آماری میانگین ۱۵۰ و واریانس ۴۹ است، اگر از همه داده ها ۱۰۰ واحد کم کنیم، ضریب تغییرات چقدر خواهد شد؟

تست ۲۹: اگر به هر یک از داده ها به اندازه میانگین افزوده شود، ضریب تغییرات داده های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده های قبلی است؟

تست ۳۰: در ۵۰ داده آماری مجموع داده ها ۱۰۰ و مجموع مجذورات آنها ۲۷۲ است، ضریب تغییرات کدام است؟

*تست ۳۱: ضریب تغییرات داده های ۱۰، ۱۳، ۱۶، ۱۹، ۲۲، ۲۵ کدام است؟

$$\text{حل: میانگین} = \frac{۲۵+۱۰}{۲} = \frac{۳۵}{۲} \text{ و واریانس} = \frac{۳۵ \times ۳}{۴} = \frac{۳۵}{۱۲} \times ۹ = \frac{(۶^۲ - ۱)}{۱۲} \times ۳^۲ \text{ است لذا: } CV = \frac{\sqrt{۳۵ \times ۳}}{۳۵} = \sqrt{\frac{۳}{۳۵}}$$

*تست ۳۲: اگر ۲۰ داده آماری را ۲ برابر کرده و ۷ واحد از هر کدام کم کنیم. ضریب تغییرات داده های جدید ۱/۵ برابر ضریب تغییرات داده های قبلی می شود. مجموع داده های قبلی کدام است؟